

**Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение  
«Лицей»**

**СОГЛАСОВАНО**

Председатель МО учителей  
математики и информатики

\_\_\_\_\_ И.С. Сычев  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

**СОГЛАСОВАНО**

Заместитель директора  
по УВР

\_\_\_\_\_ И.В. Синицкая  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

**УТВЕРЖДЕНО**

Директор

\_\_\_\_\_ С.К. Беляевская  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

внеурочного курса  
«Логическое введение в математику»

для 10 класса инженерного профиля

(2 часа в неделю)

**Составитель:** педагог дополнительного образования Артемов Даниил Юрьевич

г. Реутов  
2018 – 2019 учебный год

## **Пояснительная записка**

В последнее время неуклонно увеличивается разрыв между уровнем математической (прежде всего, логической) грамотности выпускников средних общеобразовательных школ, поступивших на математические и инженерные факультеты технических вузов, и уровнем, необходимым студентам для успешного изучения математических дисциплин в высшей школе.

Математика, изучаемая в высшей школе, отличается от школьной математики, прежде всего, сложностью используемого математического языка, которая обусловлена специфическими для него логическими конструкциями. Именно поэтому проблемы, возникающие у студентов при изучении математических дисциплин в вузе, по существу имеют логический характер и обусловлены тем, что студенты с большим трудом осваивают этот язык. Положение усугубляется еще и тем, что уровень логической подготовки выпускников средних школ в настоящее время заметно снижается. В такой ситуации трудно даже начать процесс обучения математике в вузе. Поэтому очень важно, чтобы ещё в школе будущие студенты активно овладевали базовыми логическими знаниями, необходимыми им для успешного обучения и в будущей профессиональной деятельности.

Логическая составляющая математического языка явно недооценена в преподавании математики в школе. И это особенно досадно, ведь обучить будущих студентов правильно рассуждать, точно и четко выражать свои мысли важнее, чем обучить их технике вычислений или преобразований. Поэтому данный курс направлен на использование обучения логическим основам математического языка как средства формирования логической грамотности школьников.

Курс состоит из пяти разделов: множества и функции; математические предложения и их строение; математические определения и теоремы и их строение; математические рассуждения и их строение; неформальные аксиоматические теории. Каждый раздел состоит из подразделов, имеющих две части: теоретическую и практическую. Изложение теории сопровождается большим количеством примеров. Примеры, иллюстрирующие теоретический материал, а также задачи для самостоятельного решения опираются на базовый школьный курс математики, позволяя повторить его на новом с точки зрения логики уровне.

Данный курс содержит задачи разного уровня сложности как математического, так и логического характера. По всем темам число типовых задач достаточно велико, что позволяет использовать их не только на практических занятиях и для домашних заданий, но и для составления контрольных работ. Имеется также ряд задач, направленных на обучение грамотному использованию логической символики при записи предложений. При этом логическая символика рассматривается не только и не столько как средство достижения краткости и наглядности записи определений и теорем, сколько как средство выявления их логического строения и обеспечения точности и однозначности понимания их смысла.

## **Цели и задачи курса**

Основными целями курса являются: формирование и систематизация минимума логических и теоретико-множественных знаний и умений на уровне, необходимом для успешного изучения математических дисциплин в технических вузах; формирование целостного взгляда на систему знаний, получаемых в рамках различных научных областей школьного образования; развитие интеллектуальных умений учащихся, как средствами содержания курса, его положением в курсе математики основной школы (развитие умения обобщать), так и посредством методики его преподавания.

### **Задачи курса:**

- познакомить учащихся с основными понятиями элементарной теории множеств: множество; элемент множества; отношение принадлежности; количество элементов множества; подмножество; операции над множествами; разбиение множества; булеан множества; отображение множеств; отношения и операции на множестве;
- познакомить учащихся с основными понятиями курса алгебры логики: предложения и выражения; кванторные слова и кванторы; логические операции над предложениями;

символическая запись предложений; отношения равносильности и логического следования; законы логической равносильности; преобразование отрицания предложений;

- познакомить учащихся с логическим строением математических определений, математических теорем (прямая и обратная теорема, теорема существования и единственности, теорема «не более чем один») и понятием необходимого и достаточного условия;
- познакомить учащихся с логическим строением математических рассуждений, а именно: что такое правильные рассуждения, какие бывают правила и методы доказательства, какие даются рекомендации по построению доказательств, как устроены сами доказательства;
- познакомить учащихся с методом математической индукции и его роли как средства логического рассуждения;
- познакомить учащихся с понятием неформальной аксиоматической теории, её свойствами и способом построения; показать примеры неформальных аксиоматических теорий и основных математических структур, изучаемых в высшей школе;
- развивать умение школьников правильно и быстро совершать стандартные логические операции, принимать продуманное, взвешенное решение, правильно говорить о действиях своего и чужого мышления, находить ошибки в рассуждениях оппонентов;
- развивать внимательность учащихся.

### **Планируемые результаты изучения курса «Логическое введение в математику»**

#### **Личностные результаты:**

- развитие логического и критического мышления, культуры речи, способности к умственному эксперименту;
- формирование у учащихся интеллектуальной честности и объективности, способности к преодолению мыслительных стереотипов, вытекающих из обыденного опыта;
- воспитание качеств личности, обеспечивающих социальную мобильность, способность принимать самостоятельные решения;
- формирование качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе;
- умение контролировать процесс и результат учебной и математической деятельности;
- развитие математических способностей и интереса к математическому творчеству.

#### **Метапредметные результаты:**

- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества;
- развитие представлений о математике как форме описания и методе познания действительности, создание условий для приобретения первоначального опыта математического моделирования;
- умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации;
- формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности;
- умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией;

- умение устанавливать причинно-следственные связи, строить рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы.

### **Предметные результаты:**

В ходе изучения курса выпускник научится:

- решать теоретико-множественные задачи;
- осуществлять элементарные операции над конечными и бесконечными множествами;
- исследовать свойства бинарных отношений, заданных на множестве;
- понимать, чем отличается математическое предложение от математического выражения;
- понимать, что такое свободная и связанная переменные и чем они отличаются;
- понимать смысл кванторных слов и кванторов, уметь правильно применять их в решении задач;
- осуществлять элементарные логические операции над предложениями: применение кванторов общности и существования, отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция;
- различать свёрнутую и развёрнутую форму записи математических предложений;
- символически записывать математические предложения;
- уметь доказывать логическую равносильность математических предложений;
- уметь доказывать то, что одно предложение находится в отношении логического следования с другим;
- понимать разницу между логической операцией импликацией (логической операцией эквиваленцией) и отношением логического следования (отношением логической равносильности);
- уметь строить и преобразовывать отрицание математических предложений;
- видеть логическую структуру математических определений и теорем;
- понимать, что такое обратное, противоположные и контрапозитивное (обратно-противоположное) утверждения;
- понимать разницу между необходимым и достаточным условиями;
- понимать, что такое теоремы существования и единственности, теоремы «не более чем один»; уметь символически записывать подобные теоремы;
- знать, что такое правильные математические рассуждения, и уметь отличать их от неправильных;
- понимать, что такое правила доказательства и как ими пользоваться;
- понимать основные методы доказательства и успешно использовать их при доказательстве математических теорем;
- видеть логическое строение математических доказательств и понимать, какое рассуждение можно считать доказательством, а какое — нельзя;
- правильно понимать суть метода математической индукции и успешно применять его для доказательства математических утверждений вида  $\forall n P(n)$ ;
- понимать, что такое неформальная аксиоматическая теория, осознавать роль подобных теорий в математике;
- понимать, какими свойствами обладают неформальные аксиоматические теории и как они строятся;
- знать примеры основных математических структур.

### **Содержание курса**

- 1. Множества и функции. (8 ч.)** Множества. Операции над множествами. Функции (отображения). Бинарные отношения и операции.
- 2. Математические предложения и их строение. (22 ч.)** Математические предложения и выражения. Кванторные слова и кванторы. Логические операции над предложениями. Типы математических предложений. Символическая запись предложений. Равносильные

- предложения. Логическое следование. Законы логической равносильности. Преобразование отрицания предложений.
3. **Математические определения и теоремы и их строение. (15 ч.)** Строение математических определений. Строение математических теорем. Обратная теорема. Необходимые и достаточные условия. Теоремы существования и единственности.
  4. **Математические рассуждения и их строение. (17 ч.)** Правильные рассуждения. Правила доказательства. Методы доказательства. Рекомендации по построению доказательств. Строение математических доказательств. Метод математической индукции.
  5. **Неформальные аксиоматические теории. (5 ч.)** Способы построения и примеры неформальных аксиоматических теорий. Неформальная аксиоматическая теория натуральных чисел. Примеры различных математических структур.

#### Календарно-тематическое планирование

№ п/п	Тема	Кол-во часов	Теория	Практика
1	<b>Множества и функции</b>	<b>8</b>		
1.1	Множества. Операции над множествами	3	1	2
1.2	Функции (отображения)	2	1	1
1.3	Бинарные отношения и операции	3	1	2
2	<b>Математические предложения и их строение</b>	<b>22</b>		
2.1	Математические предложения и выражения	3	1	2
2.2	Кванторные слова и кванторы	3	1	2
2.3	Логические операции над предложениями	3	1	2
2.4	Типы математических предложений. Символическая запись предложений	4	1	3
2.5	Равносильные предложения. Логическое следование	3	1	2
2.6	Законы логической равносильности	3	1	2
2.7	Преобразование отрицания предложений	3	1	2
3	<b>Математические определения и теоремы и их строение</b>	<b>15</b>		
3.1	Строение математических определений	3	1	2
3.2	Строение математических теорем	3	1	2
3.3	Обратная теорема	2	1	1
3.4	Необходимые и достаточные условия	3	1	2
3.5	Теоремы существования и единственности	4	2	2
4	<b>Математические рассуждения и их строение</b>	<b>17</b>		
4.1	Правильные рассуждения	3	1	2
4.2	Правила доказательства	2	1	1
4.3	Методы доказательства	3	2	1
4.4	Рекомендации по построению доказательств	2	1	1
4.5	Строение математических доказательств	3	2	1
4.6	Метод математической индукции	4	1	3
5	<b>Неформальные аксиоматические теории</b>	<b>5</b>		
5.1	Способ построения, свойства и примеры неформальных аксиоматических теорий	1	1	
5.2	Неформальная аксиоматическая теория натуральных чисел	3	1	2
5.3	Примеры различных математических структур	1	1	
	<b>ИТОГО</b>	<b>67</b>		

### **Виды деятельности:**

- лекторий;
- практические работы;
- участие в научно-практической, исследовательской и олимпиадной деятельности.

### **Формы и методы работы:**

- формы - коллективная, групповая, индивидуальная.
- методы - репродуктивные, объяснительно-иллюстративные, поисковые, исследовательские, проблемные.

### **Список литературы:**

1. Столяр А.А. Логическое введение в математику. Минск: Вышэйшая школа, 1971. — 224 с.
2. Тимофеева И.Л. Вводный курс математики : учеб. пособие для студентов учреждений высш. пед. проф. образования / И.Л. Тимофеева, И.Е. Сергеева, Е.В. Лукьянова; под ред. В.Л. Матросова. — М.: Издательский центр «Академия», 2011. — 240 с.
3. Тимофеева И.Л., Сергеева И.Е., Лукьянова Е.В. Практикум по вводу курсу математики: Учебное пособие для студентов высш. пед. учебн. заведений. М.: МПГУ, 2010. — 130 с.